



NATIONALE SENIOR SERTIFIKAAT-EKSAMEN
NOVEMBER 2019

WISKUNDE: VRAESTEL II

NASIENRIGLYNE

Tyd: 3 uur

150 punte

Hierdie nasienriglyne is opgestel vir gebruik deur eksaminators en hulp-eksaminators van wie verwag word om almal 'n standaardiseringsvergadering by te woon om te verseker dat die riglyne konsekwent vertolk en toegepas word by die nasien van kandidate se skrifte.

Die IEB sal geen bespreking of korrespondensie oor enige nasienriglyne voer nie. Ons erken dat daar verskillende standpunte oor sommige aangeleenthede van beklemtoning of detail in die riglyne kan wees. Ons erken ook dat daar sonder die voordeel van die bywoning van 'n standaardiseringsvergadering verskillende vertolkings van die toepassing van die nasienriglyne kan wees.

AFDELING A**VRAAG 1**

(a) $A(0; 3)$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad -2x + 3 &= 3x - 7 \\ -5x &= -10 \\ x &= 2 \\ y &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad d &= \sqrt{(3 - (-1))^2 + (0 - 2)^2} \\ d &= \sqrt{20} \end{aligned}$$

(d) $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 20$

(e) $(4; -5)$

$$\begin{aligned} \text{(f)} \quad 0 &= -2x + 3 \\ x &= \frac{3}{2} \\ 0 &= 3\left(\frac{3}{2}\right) + c \\ y &= 3x - \frac{9}{2} \end{aligned}$$

**VRAAG 2**

(a) (1) Metode om derde sy te bepaal
 $\sqrt{1 - m^2}$

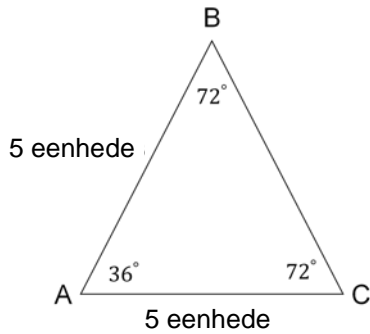
$$\begin{aligned} \text{(2)} \quad 2 \cos^2 25^\circ - 1 & \quad \text{of} \quad \cos^2 25^\circ - \sin^2 25^\circ \\ = 2m^2 - 1 & \quad \text{of} \quad m^2 - (\sqrt{1 - m^2})^2 \end{aligned}$$

(3) $\cos 30^\circ \cos 25^\circ - \sin 30^\circ \sin 25^\circ$

$$\frac{\sqrt{3}m}{2} - \frac{\sqrt{1-m^2}}{2}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(b)} \quad & \frac{\sin(21^\circ + w)}{\sin(w + 21^\circ)} - \frac{\sin^2 \beta}{\cos^2 \beta} \cdot \cos^2 \beta \\
 & = 1 - \sin^2 \beta \\
 & = \cos^2 \beta
 \end{aligned}$$

(c)



$$\text{Oppervlakte } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \times \sin 36^\circ$$

$$\text{Oppervlakte } \triangle ABC = 7,3 \text{ eenhede}^2$$

VRAAG 3



(a) $p = 2$

(b) 180°

(c) $3 \sin 2x = 2 \sin x$
 $6 \sin x \cos x = 2 \sin x$
 $2 \sin x (3 \cos x - 1) = 0$

$$\cos x = \frac{1}{3}$$

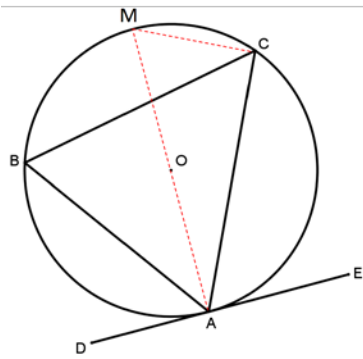
$$x = 70,5^\circ$$

$$B(289,5^\circ; -1,9)$$

(d) $k > 3$

VRAAG 4

(a)



Konstruksie AM en MC

$E\hat{A}M = 90^\circ$ (Lyn van middelpunt loodreg op raaklyn)

$M\hat{C}A = 90^\circ$ (Hoek in halfsirkel)

$C\hat{M}A + M\hat{A}C = 90^\circ$ (Hoeke in 'n driehoek)

Dus

$A\hat{M}C = E\hat{A}C$

maar

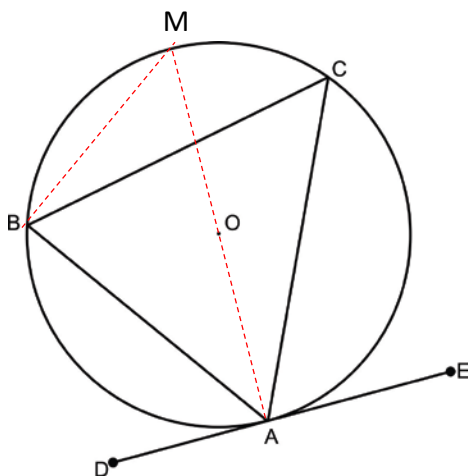
$A\hat{M}C = A\hat{B}C$ (Hoeke in dieselfde segment)

Dus

$E\hat{A}C = A\hat{B}C$



Alternatiewe oplossing (daar is 'n paar ander)



Konstruksie AM en MB

$M\hat{B}A = 90^\circ$ (Hoek in halfsirkel)

$M\hat{A}E = 90^\circ$ (Lyn van middelpunt loodreg op raaklyn)

$M\hat{B}C = M\hat{A}C$ (Hoeke in dieselfde segment)

$C\hat{B}A = C\hat{A}E$

- (b) $\hat{F}_1 = 55^\circ$ (Raaklyn-koord-stelling)
 $\hat{F}_2 = 35^\circ$ (Hoeke in halfsirkel)
 $\hat{E}_1 = 35^\circ$ (Hoeke in dieselfde segment)
- (c) $\hat{C}_1 = 110^\circ$ (CF = CG radii; gelykbenige driehoek)
 $\hat{D}_1 = 80^\circ$ (Hoek by middelpunt)
 $\hat{D}_3 = 80^\circ$ (Regoorstaande)
 $\hat{D}_3 + \hat{B} = 180^\circ$

Dus is DHBJ 'n koordevierhoek (Omgekeerde: Teenoorstaande hoeke van 'n koordevierhoek is supplementêr)

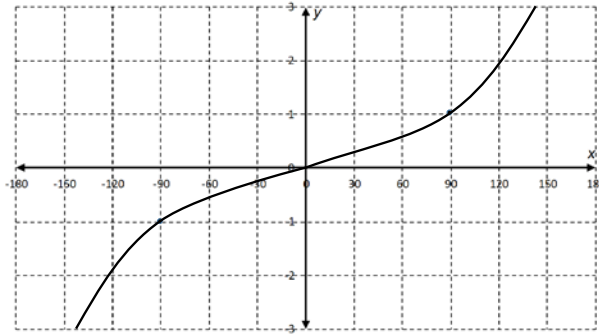
Alternatiewe oplossing

- $\hat{C}_1 = 110^\circ$ (CF = CG radii; gelykbenige driehoek)
 $\hat{D}_1 = 80^\circ$ (Hoek by middelpunt)
 $\hat{D}_2 = 100^\circ$ (Hoeke op 'n reguit lyn)
 $\hat{D}_2 = \hat{B}$

Dus is DHBJ 'n koordevierhoek (Omgekeerde: Buitehoek van 'n koordevierhoek is gelyk aan die teenoorstaande binnehoek)

VRAAG 5

- (a) (1) $x = 180^\circ + k.360$
 (2) Vorm van grafiek
 Punte op $(-90^\circ; -1)$ en $(90^\circ; 1)$
 Verstaan asimptote by -180° en 180°

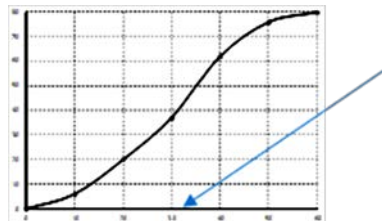


$$\begin{aligned}
 (b) \quad &= \frac{\cos \theta \sin^2 \theta + \cos^3 \theta}{\cos \theta} - 2 \sin^2 \theta && \cos 2\theta \\
 & && = 1 - 2 \sin^2 \theta \\
 &= \frac{\cos \theta (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)}{\cos \theta} - 2 \sin^2 \theta \\
 &= 1 - 2 \sin^2 \theta \quad (5)
 \end{aligned}$$

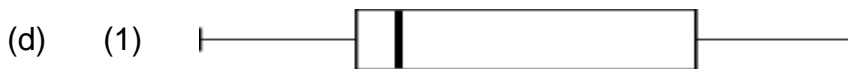


VRAAG 6

- (a) 16
 (b) (1) Kyk na die diagram



- (2) $IKV = 38 - 20 = 18$
 (c) (1) $A = -2,6$ en $B = 2$
 (2) Ekstrapolasie of voorspelling is ver buite waardes gebruik



- (2) Die waardes van diegene aan die regterkant van mediaan is meer uitgesprei, dus word die gemiddelde na die regterkant van die mediaan getrek.
 (e) Ja, dit moet versien word, aangesien een standaardafwyking van die gemiddelde toon dat 'n groot persentasie van die pale tussen 9,2 en 10,8 meter is. Dit toon dat die masjien onakkuraat is.

AFDELING B**VRAAG 7**

- (a) $-0,8$
- (b) (1) Kom nader aan -1 of neem af
 (2) Neem af of word steiler
 (3) 'n Persoon wat professioneel sport beoefen en via die internet studeer
- (c) (1) Meer van die data is nader aan die gemiddelde OF 4 laag en 3 hoog, dus verder uitmekaar
 (2) Gemiddelde sal afneem en standaardafwyking sal afneem
 (3) Verlaag die prys op enige dag van Maandag tot Saterdag, toename in verkope en data sal meer versprei wees **OF** enige ander ingryping wat die verkope op 'n dag tussen Maandag en Saterdag sal laat toeneem.

VRAAG 8

(a) (1) $\frac{CN}{NE} = \frac{DG}{GE} = \frac{2}{3}$

$$DG = GK$$

Dus

$$\frac{EK}{KG} = \frac{1}{2}$$

(2) $\frac{DH}{HF} = \frac{4}{1}$

$$DE = 5m \text{ en } DF = 5k$$

$$\frac{\frac{1}{2} \times 2m \times 4k \times \sin \hat{D}}{\frac{1}{2} \times 5m \times 5k \times \sin \hat{D}}$$

$$= \frac{8}{25}$$

- (b) (1) $\hat{E}_2 = x$ (Hoek by middelpunt)
 $\hat{N}_3 = x$ (Verwisselende hoeke, // lyne)
 $\hat{G}_1 = x$ (Raaklyn-koord-stelling)
- ALT: $\hat{E}_2 = \hat{N}_3 = \hat{G}_1$ (Met die redes hierbo)
- Dus
 $GN = NE$ (Omgekeerde: gelykbenige driehoek)
- (2) $G\hat{N}E = 180^\circ - 2x$ (Hoeke in 'n driehoek)
 $\hat{H}_2 = 2x$ (Teenoorstaande hoeke van koordevierhoek)
 $\hat{E}_1 = \hat{N}_1 = 90^\circ - x$ (Hoeke in gelykbenige driehoek)
 $\triangle GON \parallel \triangle GHE$ (HHH)
- (3) Werk met HE
 $\frac{HE}{ON} = \frac{GE}{GN}$ (Gelykvormige driehoeke)
 $\frac{HE}{EP} = \frac{HB}{BC}$ (Eweredigheidstelling)

VRAAG 9



- (a) $FH = \sqrt{50}$
 $HG = \sqrt{65}$
 $10^2 = 50 + 65 - 2 \times \sqrt{50} \times \sqrt{65} \cos \hat{H}$
 $\hat{H} = 82,4^\circ$

ALT: Kosinusreël vir enige twee sye en hoek

$$\text{Oppervlakte } \triangle FGH = \frac{1}{2} \times \sqrt{50} \times \sqrt{65} \times \sin 82,4^\circ$$

$$\text{Oppervlakte } \triangle FGH = 28,3 \text{ m}^2$$

- (b) (1) Koördinate van C
 $x^2 - 6x + 8 = 0$
 $(x - 4)(x - 2) = 0$
 C(4; 0)

$$(2) \quad x^2 - 6x + 9 + y^2 - 4y + 4 = -8 + 13$$

$$(x-3)^2 + (y-2)^2 = 5$$

Middelpunt van sirkel (3; 2)

$$\text{Gradiënt van lyn } AB \times \frac{1}{2} = -1$$

$$\text{Gradiënt van lyn } AB = -2$$

$$3 = -2(5) + c$$

$$c = 13$$

$$y = -2x + 13$$

Koördinate van B

$$0 = -2x + 13$$

$$x = 6,5$$

$$B(6,5;0)$$

Dus CB = 2,5 eenhede



VRAAG 10

(a) $y = \frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$

$\tan \hat{FEA} = \frac{2}{3}$

$\hat{FEA} = 33,7^\circ$

$\tan \hat{EFA} = -1$

$\hat{EFA} = 45^\circ$

Dus

$\hat{EAF} = 101,3^\circ$

(b) $\frac{AF}{\sin 33,7^\circ} = \frac{\sqrt{52}}{\sin 45^\circ}$

$AF = 5,66$

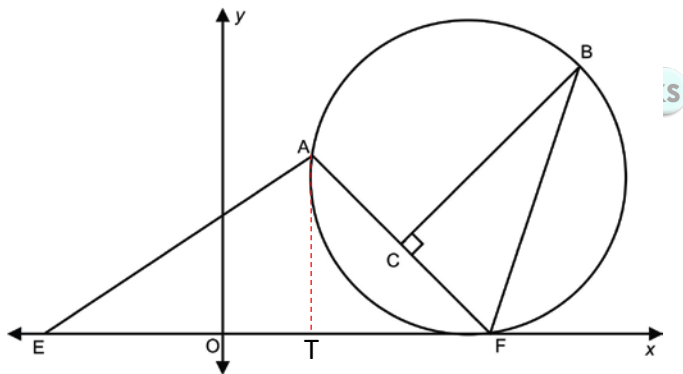
$CF = 2,83$

(Lyn van middelpunt loodreg op koord)

$CB^2 = \sqrt{40^2 - 2,83^2}$

$CB = 5,7$

Alternatiewe oplossing



$\frac{AT}{\sqrt{52}} = \sin 33,7^\circ$

$AT = 4$

$TF = 4$ eenhede

(Gelykbenige driehoek)

$AF = \sqrt{32}$

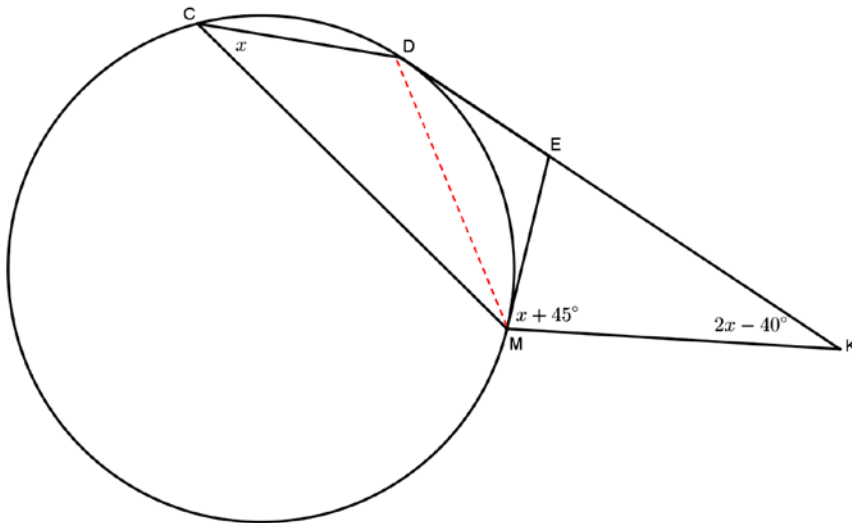
$CF = 2,83$

(Lyn van middelpunt loodreg op koord)

$CB^2 = \sqrt{40^2 - 2,83^2}$

$CB = 5,7$

VRAAG 11



Konstruksie MD

$$\hat{MDE} = x \quad (\text{Raaklyn-koord-stelling})$$

$$\hat{DME} = x \quad (\text{Raaklyn-koord-stelling}) \text{ OF}$$

(Gelykbenige driehoek; raaklyne van gemeenskaplike punt)

$$\hat{DEM} = 180^\circ - 2x$$

$$180^\circ - 2x = x + 45^\circ + 2x - 40^\circ \quad (\text{Buitehoek van driehoek})$$

$$-5x = -175^\circ$$

$$x = 35^\circ$$



VRAAG 12

(a) $5x + 12y = 60$

$A(0;5)$ en $B(12;0)$

$$AB^2 = 5^2 + 12^2$$

$$AB = 13$$

(b) $\triangle ADC : \triangle BCD = 8 : 18$

$$AC = 13 \times \frac{8}{26}$$

$$AC = 4 \text{ eenhede}$$

$$(5k)^2 + (12k)^2 = 4^2$$

$$169k^2 = 16$$

$$k^2 = \frac{16}{169}$$

$$k = \frac{4}{13}$$

Koördinate van C

$$C\left(\frac{48}{13}; \frac{45}{13}\right)$$

Alternatiewe oplossing

$$\triangle ADC : \triangle BCD = 8 : 18$$

$$AC = 13 \times \frac{8}{26}$$

$$AC = 4 \text{ eenhede}$$

Indien C(a; b):



$$\frac{a}{12} = \frac{4}{13} \quad (\text{lyn parallel aan sy van } \triangle)$$

Koördinate van C

$$C\left(\frac{48}{13}; \frac{45}{13}\right)$$

Alternatiewe oplossing

$$\triangle ADC : \triangle BCD = 8 : 18$$

$$AC = 13 \times \frac{8}{26}$$

$$AC = 4 \text{ eenhede}$$

$$\hat{CBO} = 22,62^\circ$$

$$\sin 22,62^\circ = \frac{y}{9}$$

$$y = 3,5 \text{ eenhede}$$

$$\cos 22,62^\circ = \frac{m}{9}$$

$$m = 8,3$$

$$x = 12 - 8,3 = 3,7$$

$$C(3,7;3,5)$$

Totaal: 150 punte